

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ**

до самостійної роботи та виконання  
розрахунково-графічних і  
практичних завдань

**З ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ**

Розділ

**„РОЗРАХУНОК НА РОЗТЯГ-СТИСК”**

*(для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання  
бакалаврів за напрямом 6.060101 «Будівництво»)*

**ХАРКІВ – ХНУМГ – 2013**

Методичні вказівки і завдання до самостійної роботи та виконання розрахунково-графічних і практичних завдань з опору матеріалів. Розділ „Розрахунок на розтяг - стиск” (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.060101 «Будівництво») / Харк. нац. ун-т. міськ. госп-ва ім. О.М. Бекетова; уклад.: Л. С. Андрієвська. – Х. : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2013.– 26 с.

Укладач: Л. С. Андрієвська

Рецензент: д.т.н., проф. В. П. Шпачук

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,  
протокол № 9 від 27.03.2013

## ВСТУП

Опір матеріалів є одним з основних курсів у підготовці інженерно-технічних кадрів. Базуючись на висновках теоретичної механіки та використовуючи відповідний математичний апарат, опір матеріалів розглядає питання міцності, жорсткості та стійкості машин і споруд.

При вивченні курсу опору матеріалів найбільш ефективним методом є самостійне виконання студентами контрольних завдань. При самостійному освоєнні теми студентам рекомендується закріпити знання теоретичного матеріалу, розібрати відповідний приклад і розв'язати задачі із запропонованого варіанту.

Контрольне завдання „Розрахунок на розтяг-стиск” складається з чотирьох задач. У цих вказівках зібрано типові задачі з даного розділу і рекомендацій до їх виконання.

Мета завдання - засвоєння методики побудови епюр поздовжніх сил і нормальних напружень при розтягу-стиску, вибір поперечного перерізу стержнів з умови міцності, вибір допустимого навантаження. Надані методичні вказівки складено з метою допомоги студентам у самостійній роботі, при підготовці до занять, контрольних робіт, тестового контролю, захисті змістових модулів, заліків та іспитів з опору матеріалів.

## ОДИНИЦІ ВИМІРУ

У роботі прийнята міжнародна система одиниць СІ. Користуючись довідниками механічних характеристик з технічною системою одиниць, слід застосовувати такі залежності:

$$1 \text{ кгс} = 10 \text{ Н}; 1 \text{ тс} = 10 \text{ кН}, 1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н};$$

$$1 \text{ тс/м} = 10 \text{ кН/м};$$

$$1 \text{ кгс/см}^2 = 0,1 \text{ МПа}, 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 0,1 \text{ кН/см}^2 = 10^3 \text{ кН/м}^2;$$

$$1 \text{ тс} \cdot \text{м} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

### ***Задача № 1. Розрахунок статично визначених стержневих систем при розтягу-стиску***

Для заданої системи (табл.1) визначити зусилля у стержнях, підібрати перерізи стержнів, вважаючи, що вони виготовлені зі сталі,  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Вихідні дані взяти з табл.2.

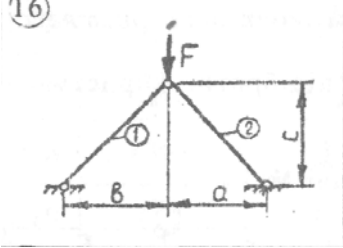
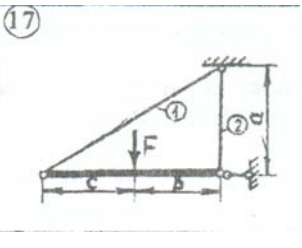
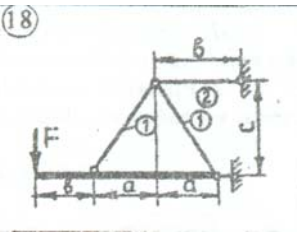
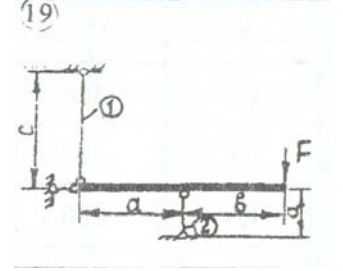
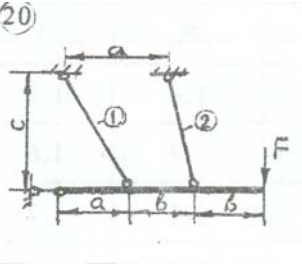
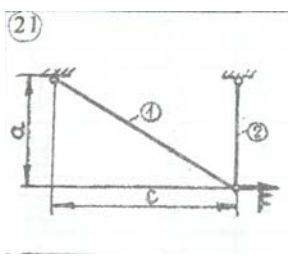
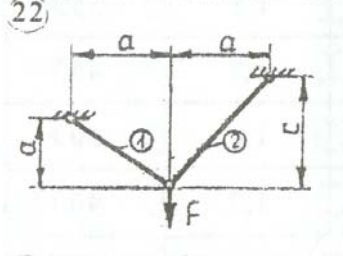
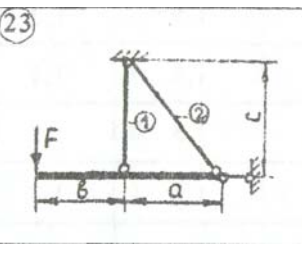
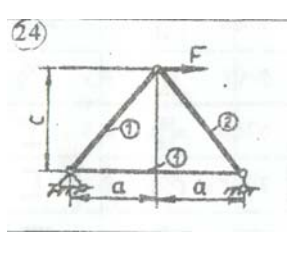
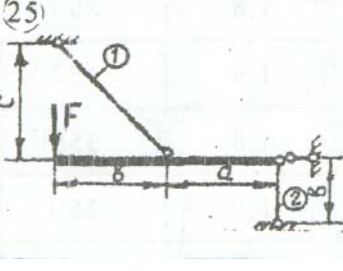
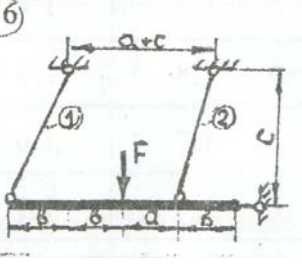
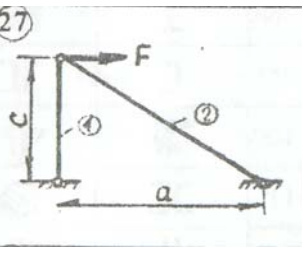
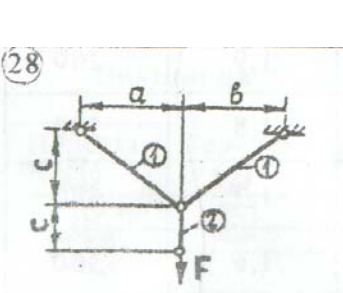
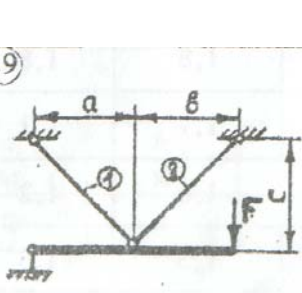
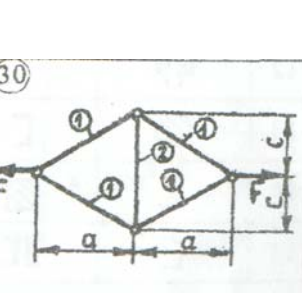
#### Зміст завдання

1. Користуючись табл. 1 і 2, відповідно до заданого варіанта накреслити розрахункову схему.

2. При визначенні поздовжніх зусиль у стержнях треба користуватися методом перерізів. Уявно перерізати стержні поперечним перерізом, замінити дію відкинутої частини внутрішніми зусиллями.

Таблиця 1 – Схеми систем до задачі № 1

|    |  |    |  |
|----|--|----|--|
| 1  |  | 3  |  |
| 2  |  | 4  |  |
| 5  |  | 6  |  |
| 7  |  | 8  |  |
| 9  |  | 10 |  |
| 11 |  | 12 |  |
| 13 |  | 14 |  |
| 15 |  |    |  |































|                                                                                                |                                                                                                |                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>16)</p>    | <p>17)</p>    | <p>18)</p>    |
| <p>19)</p>    | <p>20)</p>    | <p>21)</p>    |
| <p>22)</p>   | <p>23)</p>   | <p>24)</p>   |
| <p>25)</p>  | <p>26)</p>  | <p>27)</p>  |
| <p>28)</p>  | <p>29)</p>  | <p>30)</p>  |

Із рівнянь статичної рівноваги для залишеної частини визначити внутрішні поздовжні зусилля у стержнях.































*Поздовжнє зусилля вважається додатним, коли воно розтягує стержень, і від'ємним - коли стискає.*

3. Розміри поперечного перерізу стержнів підібрати, користуючись умовою міцності при розтягу-стиску.

Таблиця 2 – Вихідні дані до задачі № 1



| з/п | Переріз<br>①                                                                        | Переріз<br>②                                                                        | $a$ ,<br>м | $b$ ,<br>м | $c$ ,<br>м | $F$ ,<br>кН |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|-------------|
| 1   | 2                                                                                   | 3                                                                                   | 4          | 5          | 6          | 7           |
| 1   |    |    | 1,6        | 1,5        | 1,7        | 400         |
| 2   |    |    | 1,7        | 1,6        | 1,6        | 300         |
| 3   |    |    | 1,8        | 1,7        | 1,9        | 250         |
| 4   |   |   | 1,5        | 1,3        | 1,8        | 350         |
| 5   |  |  | 1,4        | 1,1        | 1,7        | 450         |
| 6   |  |  | 1,5        | 1,2        | 1,6        | 500         |
| 7   |  |  | 1,6        | 1,3        | 1,7        | 400         |
| 8   |  |  | 1,7        | 1,4        | 1,8        | 300         |
| 9   |  |  | 1,8        | 1,5        | 1,9        | 450         |
| 10  |  |  | 1,7        | 1,6        | 1,8        | 350         |
| 11  |  |  | 1,8        | 1,7        | 1,9        | 250         |
| 12  |  |  | 1,8        | 1,8        | 1,9        | 200         |
| 13  |  |  | 1,7        | 1,1        | 1,8        | 500         |
| 14  |  |  | 1,6        | 1,2        | 1,7        | 400         |
| 15  |  |  | 1,5        | 1,3        | 1,6        | 300         |

Закінчення табл. 1

| 1  | 2                                                                                   | 3                                                                                   | 4   | 5   | 6   | 7   |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| 16 |    |    | 1,4 | 1,4 | 1,5 | 200 |
| 17 |    |    | 1,6 | 1,5 | 1,7 | 250 |
| 18 |    |    | 1,7 | 1,6 | 1,9 | 350 |
| 19 |    |    | 1,8 | 1,7 | 2,0 | 450 |
| 20 |    |    | 1,8 | 1,8 | 2,0 | 400 |
| 21 |    |    | 2,0 | 1,5 | 2,0 | 500 |
| 22 |    |    | 1,5 | 2,0 | 3,0 | 450 |
| 23 |    |    | 2,0 | 1,8 | 2,0 | 400 |
| 24 |  |  | 2,0 | 2,0 | 3,0 | 600 |
| 25 |  |  | 3,0 | 2,5 | 2,0 | 500 |
| 26 |  |  | 2,0 | 2,4 | 3,0 | 450 |
| 27 |  |  | 2,2 | 2,0 | 3,0 | 500 |
| 28 |  |  | 2,0 | 1,8 | 2,2 | 500 |
| 29 |  |  | 2,4 | 1,6 | 3,0 | 450 |
| 30 |  |  | 2,5 | 2,0 | 3,0 | 600 |

## Приклад виконання задачі № 1

Вихідні дані:

| Переріз<br>①                                                                        | Переріз<br>②                                                                        | $a$ ,<br>м | $b$ ,<br>м | $c$ ,<br>м | $[\sigma]$ ,<br>кН/см <sup>2</sup> | $F$ ,<br>кН |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|------------------------------------|-------------|
|  |  | 2          | 4          | 3          | 16                                 | 40          |

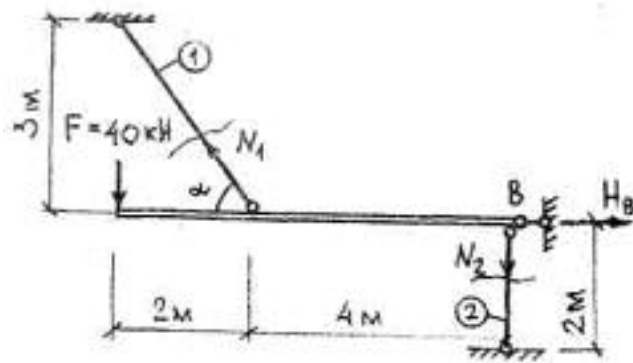


Рис. 1

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}} 0,775;$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} = 0,517.$$

Рівняння рівноваги:

$$\left. \begin{aligned} \sum x = 0, \quad -N_1 \cos \alpha + H_B &= 0 \\ \sum y = 0, \quad N_1 \sin \alpha - N_2 - F &= 0 \\ \sum M_B = 0, \quad N_1 \sin \alpha \cdot 4 + F \cdot 6 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$N_1 = \frac{F \cdot 6}{\sin \alpha \cdot 4} = \frac{40 \cdot 6}{0,775 \cdot 4} = 77,4 \text{ кН}.$$

$$N_2 = N_1 \cdot \sin \alpha - F = 77,4 \cdot 0,775 - 40 = 19,98 \text{ кН}.$$

Умова міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

$$A_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{77,4}{16} = 4,84 \text{ см}^2, \quad A_1^{\text{заб}} = \frac{A_1}{2} = 2,42 \text{ см}^2; \quad A_1^{\text{доп}} = 2,43 \text{ см}^2; \quad \text{№3,2.}$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{19,98}{16} = 1,25 \text{ см}^2, \quad a_2 = \sqrt{A_2} = \sqrt{1,25} = 1,118 \text{ см}.$$

## Задача № 2. Розрахунок на розтяг-стиск статично визначеного ступінчастого бруса з урахуванням його власної ваги

Для заданого стержня (табл. 3), враховуючи його власну вагу, визначити поздовжні зусилля і нормальні напруження на кожній ділянці; побудувати епюри поздовжніх сил, нормальних напружень; визначити переміщення заданого перерізу В-В, Вихідні дані взяти з табл. 4, 5.

### Зміст завдання

1. Користуючись табл. 3, 4, відповідно до заданого варіанту накреслити розрахункову схему ступінчастого стержня з указанням його лінійних розмірів і зовнішніх сил.

2. При визначенні поздовжніх зусиль у перерізах ступінчастого стержня необхідно користуватися методом перерізів. Уявно на кожній з ділянок провес-



ти поперечний переріз. З умови рівноваги залишеної частини стержня визначити *поздовжнє зусилля, яке є додатним, якщо воно розтягує стержень, і від'ємним, коли стискає його.*

3. Нормальні напруження на кожному поперечному перерізі визначити як відношення поздовжнього зусилля до площини перерізу:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}.$$

4. Переміщення перерізу I-I залежить від деформації тієї частини стержня, що знаходиться між перерізом I-I і закріпленням стержня.

Подовження або скорочення цієї частини стержня від зовнішньої сили визначається за формулою

$$\Delta l_F = \frac{F \cdot l}{E \cdot A},$$

а від власної ваги - за формулою

$$\Delta l_G = \frac{G \cdot l}{2E \cdot A}.$$

### Приклад виконання задачі № 2

Для заданого ступінчастого стержня, виготовленого зі сталі, побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень. Визначити переміщення перерізу В-В.

Вихідні дані:  $A_1 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$ ;  $A_2 = A_3 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;

$$\rho = 78 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3; E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

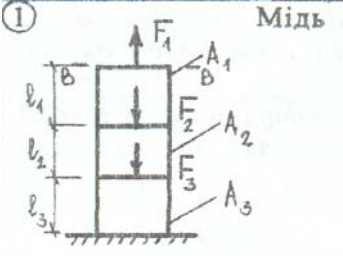
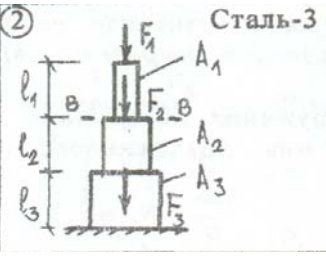
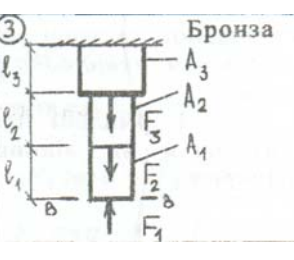
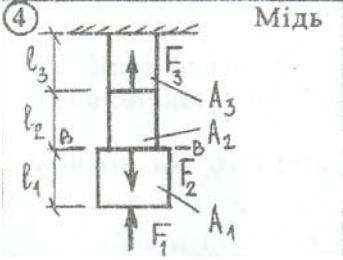
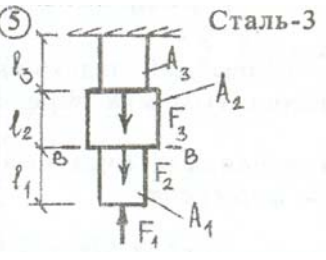
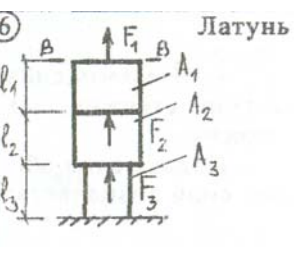
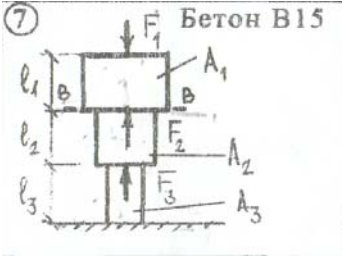
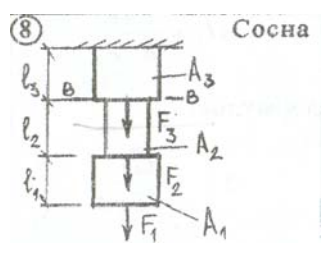
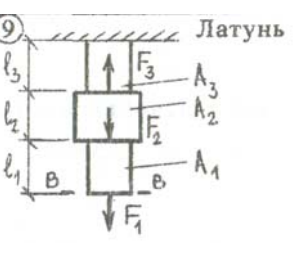
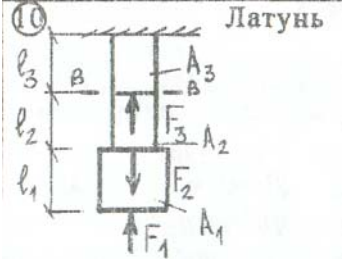
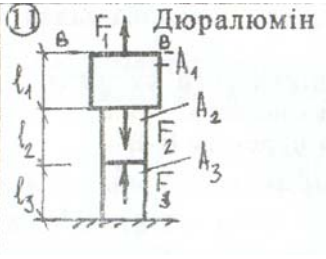
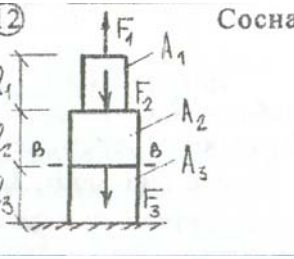
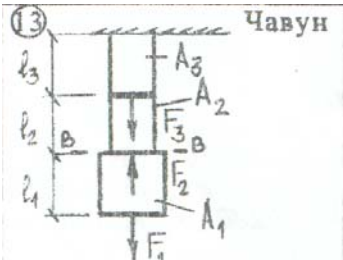

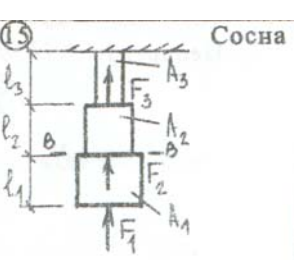
Переріз I-I:  $0 \leq x_1 \leq 4 \text{ м}$ .

$$\sum x = 0 \rightarrow N_1 = F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot x_1;$$

$$N_{1|x_1=0} = 5 \text{ кН}; N_{1|x_1=4} = 5 + 78 \cdot 10^3 \cdot 4 = 5,312 \text{ кН}.$$

$$\sigma_{1|x_1=0} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{5}{10^{-3}} = 5 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2; \sigma_{1|x_1=4} = \frac{5,312}{10^{-3}} = 5,312 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$$

Таблиця 3 – Схеми стержнів до задачі № 2

|                                                                                                       |                                                                                                        |                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>① Мідь</p>        | <p>② Сталь-3</p>      | <p>③ Бронза</p>   |
| <p>④ Мідь</p>        | <p>⑤ Сталь-3</p>      | <p>⑥ Латунь</p>   |
| <p>⑦ Бетон В15</p>  | <p>⑧ Сосна</p>       | <p>⑨ Латунь</p>  |
| <p>⑩ Латунь</p>    | <p>⑪ Дюралюмін</p>  | <p>⑫ Сосна</p>  |
| <p>⑬ Чавун</p>     | <p>⑭ Дюралюмін</p>  | <p>⑮ Сосна</p>  |

|                  |                     |                     |
|------------------|---------------------|---------------------|
| <p>16 Бронза</p> | <p>17 Мідь</p>      | <p>18 Сталь-3</p>   |
| <p>19 Бронза</p> | <p>20 Дюралюмін</p> | <p>21 Сосна</p>     |
| <p>22 Латунь</p> | <p>23 Бетон В20</p> | <p>24 Сосна</p>     |
| <p>25 Латунь</p> | <p>26 Чавун</p>     | <p>27 Дюралюмін</p> |
| <p>28 Сосна</p>  | <p>29 Чавун</p>     | <p>30 Бронза</p>    |

Таблиця 4 - Вихідні дані до задачі № 2

| №<br>з/п | $F_1$ ,<br>кН | $F_2$ ,<br>кН | $F_3$ ,<br>кН | $l_1$ ,<br>м | $l_2$ ,<br>м | $l_3$ ,<br>м | $A_{l_2}$ ,<br>см <sup>2</sup> | $A_{2_2}$ ,<br>см <sup>2</sup> | $A_{3_2}$ ,<br>см <sup>2</sup> |
|----------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1        | 4             | 7             | 8             | 3            | 2            | 2            | 8                              | 12                             | 12                             |
| 2        | 3             | 5             | 6             | 2            | 3            | 4            | 10                             | 15                             | 8                              |
| 3        | 5             | 3             | 5             | 4            | 2            | 3            | 15                             | 16                             | 10                             |
| 4        | 7             | 4             | 6             | 5            | 4            | 2            | 20                             | 10                             | 12                             |
| 5        | 6             | 4             | 5             | 3            | 3            | 4            | 25                             | 18                             | 20                             |
| 6        | 5             | 3             | 4             | 2            | 4            | 3            | 10                             | 20                             | 10                             |
| 7        | 9             | 2             | 7             | 3            | 2            | 3            | 15                             | 12                             | 8                              |
| 8        | 10            | 8             | 6             | 5            | 3            | 4            | 20                             | 16                             | 15                             |
| 9        | 9             | 10            | 8             | 4            | 2            | 2            | 9                              | 15                             | 10                             |
| 10       | 10            | 7             | 9             | 4            | 3            | 2            | 12                             | 10                             | 20                             |
| 11       | 10            | 8             | 6             | 2            | 3            | 4            | 20                             | 10                             | 12                             |
| 12       | 15            | 10            | 8             | 3            | 2,5          | 4            | 15                             | 12                             | 10                             |
| 13       | 15            | 8             | 10            | 4            | 3            | 2,5          | 10                             | 8                              | 12                             |
| 14       | 8             | 6             | 4             | 3,5          | 4            | 2            | 12                             | 10                             | 14                             |
| 15       | 7             | 4             | 10            | 2,5          | 3            | 4,5          | 14                             | 14                             | 10                             |
| 16       | 5             | 6             | 8             | 4            | 4            | 3            | 10                             | 15                             | 10                             |
| 17       | 6             | 4             | 5             | 5            | 3,5          | 2,5          | 8                              | 10                             | 10                             |
| 18       | 4             | 8             | 10            | 4,5          | 3            | 4            | 14                             | 12                             | 20                             |
| 19       | 3             | 7             | 9             | 3,5          | 5            | 2            | 10                             | 14                             | 10                             |
| 20       | 7             | 4             | 5             | 3            | 4            | 3,5          | 15                             | 10                             | 12                             |
| 21       | 4             | 8             | 3             | 2            | 3            | 3,5          | 8                              | 12                             | 8                              |
| 22       | 3             | 4             | 7             | 4            | 2,5          | 3            | 10                             | 14                             | 8                              |
| 23       | 5             | 6             | 10            | 3            | 2,5          | 4            | 20                             | 12                             | 14                             |
| 24       | 7             | 3             | 5             | 2,5          | 4            | 3            | 15                             | 10                             | 15                             |
| 25       | 6             | 4             | 12            | 3,5          | 2,5          | 4            | 14                             | 10                             | 14                             |
| 26       | 5             | 10            | 6             | 4,5          | 3            | 4            | 12                             | 8                              | 10                             |
| 27       | 8             | 4             | 3             | 2            | 3,5          | 4            | 10                             | 12                             | 10                             |
| 28       | 10            | 5             | 10            | 3            | 4,5          | 3            | 12                             | 20                             | 12                             |
| 29       | 12            | 6             | 4             | 4            | 2,5          | 3,5          | 16                             | 10                             | 14                             |
| 30       | 10            | 8             | 5             | 5            | 4            | 3            | 10                             | 15                             | 10                             |

Переріз II - II:  $\underline{4\text{ м} \leq x_2 \leq 9\text{ м}}$ .

$$\sum x=0 \rightarrow N_2 = F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \rho \cdot A_2 \cdot (x_2 - 4);$$

$$N_{2|x_2=4} = 5,312 + 3 = 8,312 \text{ кН} ; N_{2|x_2=9} = 8,312 + 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} (9 - 4) = 9,092 \text{ кН} .$$

$$\sigma_{2|x_2=4} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{8,312}{2 \cdot 10^{-3}} = 4,156 \cdot 10^3 \text{ кПа} / \text{м}^2 ;$$

$$\sigma_{2|x_2=9} = \frac{9,092}{2 \cdot 10^{-3}} = 4,546 \cdot 10^3 \text{ кПа} / \text{м}^2 .$$

Переріз III - III:  $\underline{9\text{ м} \leq x_3 \leq 12\text{ м}}$ .

$$\sum x=0 \rightarrow N_3 = F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \rho \cdot A_2 \cdot l_2 - F_3 + \rho \cdot A_3 \cdot (x_3 - 9);$$

$$N_{3|x_3=9} = 9,092 - 10 = -0,908 \text{ кН} ; N_{3|x_3=12} = -0,908 + 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} (12 - 9) = -0,44 \text{ кН} .$$

$$\sigma_{3|x_3=9} = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{0,908}{2 \cdot 10^{-3}} = -0,454 \cdot 10^3 \text{ кПа} / \text{м}^2 ;$$

$$\sigma_{3|x_3=12} = -\frac{0,44}{2 \cdot 10^{-3}} = -0,22 \cdot 10^3 \text{ кПа} / \text{м}^2 .$$

Будуємо епюри „N” і „σ” (рис. 2).

Визначаємо повне переміщення перерізу В-В:

$$\begin{aligned} \Delta l_{B-B} = \Delta l_3 &= \frac{l_3}{E \cdot A_3} \left( F_1 + \rho \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \rho \cdot A_2 \cdot l_2 - F_3 + \frac{l}{2} \rho \cdot A_3 \cdot l_3 \right) = \\ &= \frac{3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \left( 5 + 78 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 + 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 - 10 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{l}{2} \cdot 78 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \right) = -\frac{3 \cdot 0,674}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -0,5055 \cdot 10^{-5} \text{ м} . \end{aligned}$$

Таблиця 5 –Механічні характеристики матеріалів

| Матеріал                    | Сталь 3 | Мідь | Латунь | Бронза | Бетон В15 | Бетон В20 | Сосна | Дюралюмін | Чавун сірий |
|-----------------------------|---------|------|--------|--------|-----------|-----------|-------|-----------|-------------|
| $E \cdot 10^5$ , МПа        | 2,1     | 1,1  | 0,9    | 0,89   | 0,18      | 0,23      | 0,1   | 0,7       | 1,15        |
| $\rho$ , кН./м <sup>3</sup> | 78      | 89,4 | 85     | 85     | 24        | 24        | 5,3   | 27,9      | 70          |

Епюра «N» [кН] Епюра «σ» [кН/м²]

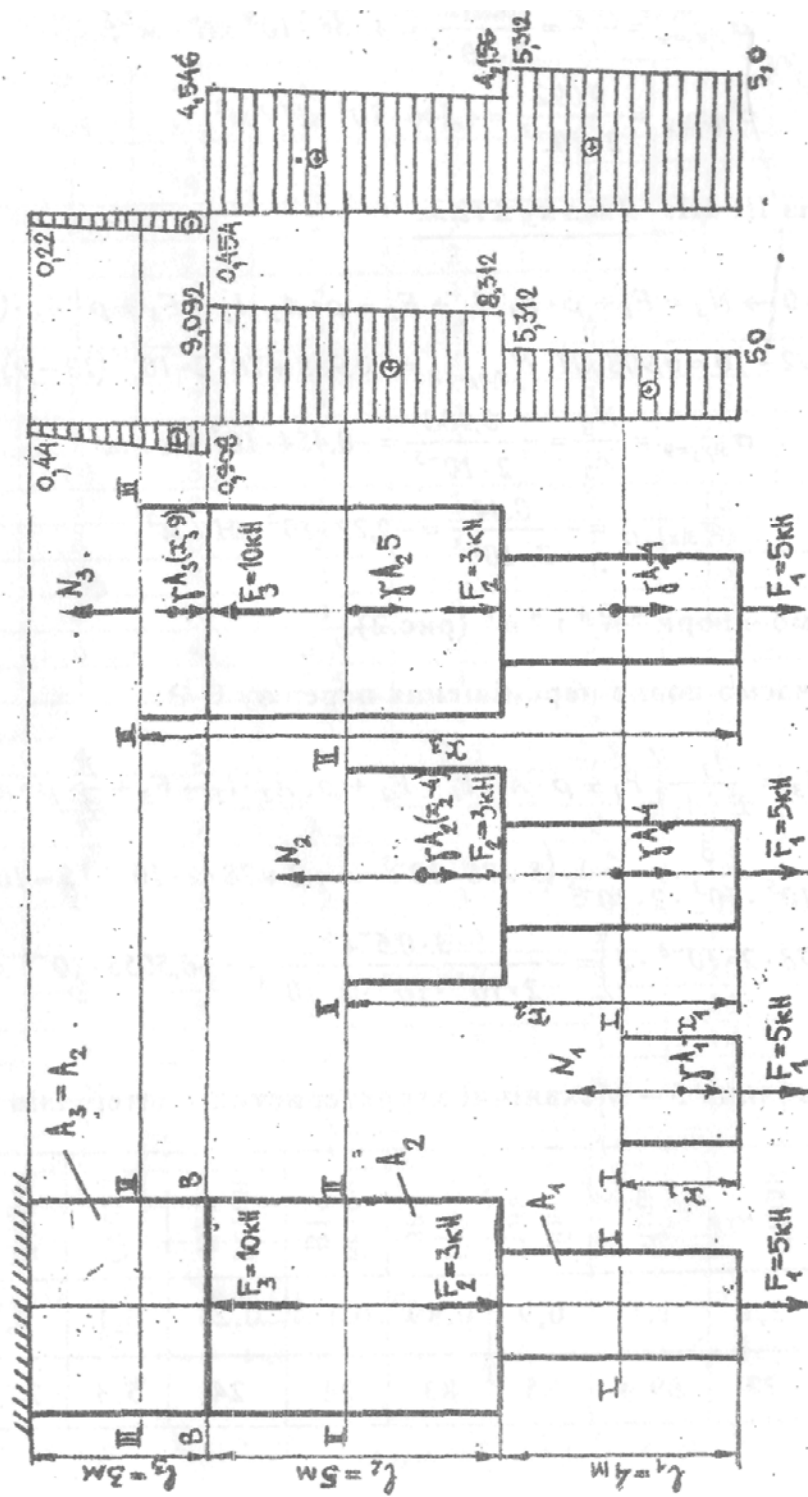


Рис. 2

### Задача № 3. Розрахунок статично невизначеного ступінчастого бруса на розтяг-стиск

Для заданого статично невизначеного ступінчастого стержня побудувати епюри поздовжніх сил та нормальних напружень. Вихідні дані взяти з табл. 6, 7.

#### Зміст завдання

1. Користуючись табл. 6, 7, відповідно до заданого варіанту накреслити розрахункову схему стержня з указанням його лінійних розмірів та зовнішнього навантаження.

2. З умови статичної рівноваги зовнішнього навантаження записати рівняння рівноваги. Визначити показник статичної невизначеності системи.

3. Записати рівняння сумісності деформацій (переміщень) стержня. Для цього треба:

а) умовно відкинути одну з опор;

б) визначити переміщення бруса від зовнішніх сил і від реакції відкинutoї опори (при цьому подовження бруса вважаємо додатним, а стискання - від'ємним);

в) прирівняти сумарне подовження нулю.

4. Розв'язати систему рівнянь статичної рівноваги і сумісності деформацій, визначити реакції опор.

5. Побудувати епюри поздовжніх зусиль.

6. З умови міцності підібрати площину поперечного перерізу бруса:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \leq [\sigma] \rightarrow A_i \geq \frac{N_i}{[\sigma]}$$

7. Побудувати епюру нормальних напружень.

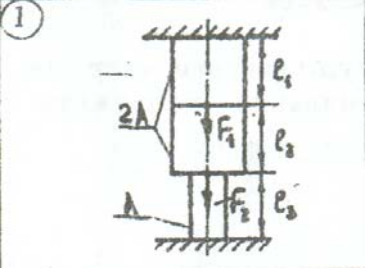
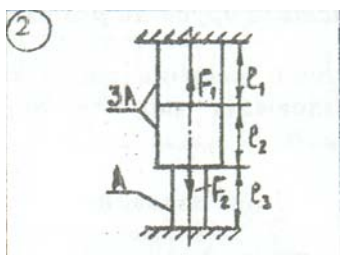
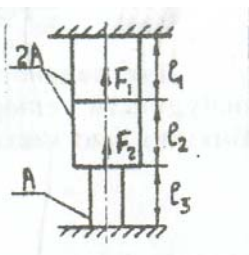
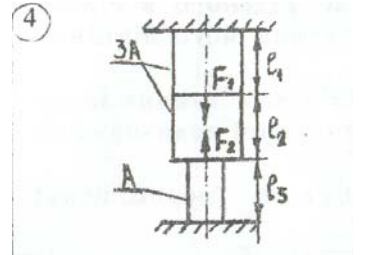
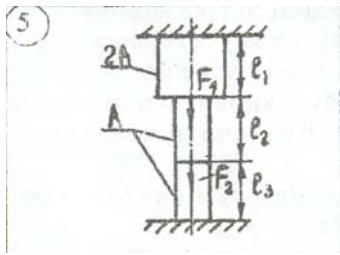
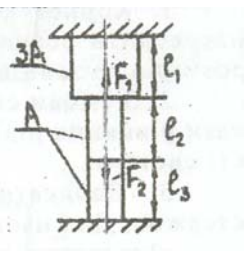
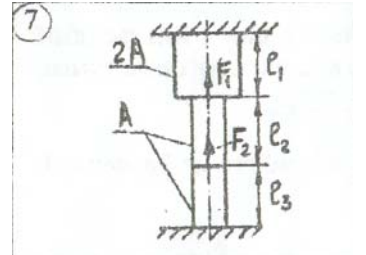
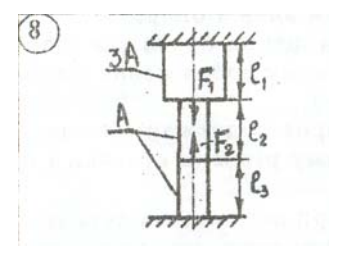
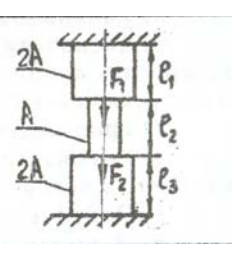
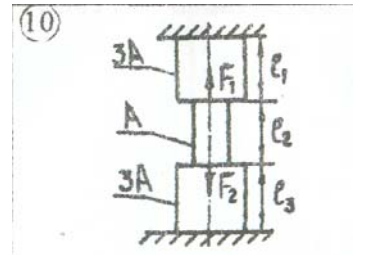
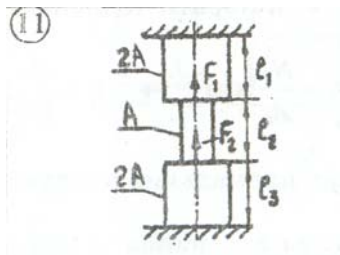
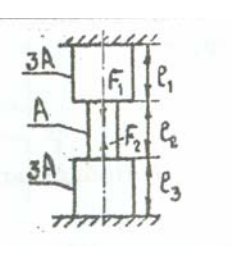
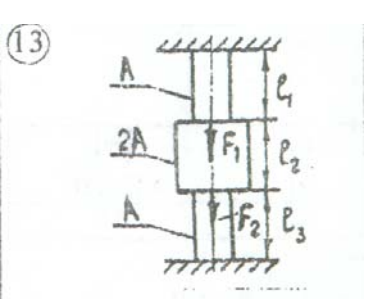
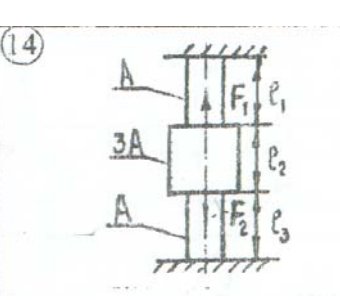
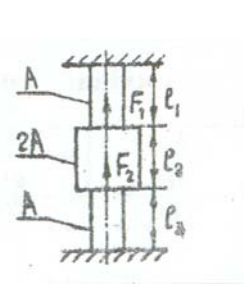
#### Приклад виконання задачі № 3

Вихідні дані:

| $F_1$ ,<br>кН | $F_2$ ,<br>кН | $l_1$ ,<br>м | $l_2$ ,<br>м | $l_3$ ,<br>м | $[\sigma]$ ,<br>кН/см <sup>2</sup> |
|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|------------------------------------|
| 200           | 600           | 1            | 2            | 4            | 16                                 |

1. Рівняння рівноваги:  $\sum y = 0$ ,  $R_A - F_1 + F_2 - R_B = 0$ .

Таблиця 6 – Схеми стержнів до задачі № 3

|                                                                                              |                                                                                              |                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>①</p>    | <p>②</p>    | <p>③</p>    |
| <p>④</p>    | <p>⑤</p>    | <p>⑥</p>    |
| <p>⑦</p>   | <p>⑧</p>   | <p>⑨</p>   |
| <p>⑩</p>  | <p>⑪</p>  | <p>⑫</p>  |
| <p>⑬</p>  | <p>⑭</p>  | <p>⑮</p>  |



|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| <p>16</p> | <p>17</p> | <p>18</p> |
| <p>19</p> | <p>21</p> | <p>21</p> |
| <p>22</p> | <p>23</p> | <p>24</p> |
| <p>25</p> | <p>26</p> | <p>27</p> |
| <p>28</p> | <p>29</p> | <p>30</p> |

7 – Вихідні дані до задачі № 3

| № п/п | $F_1$ , кН |     |     |     | $F_2$ , кН |     |     |     | $l_1$ ,<br>м | $l_2$ ,<br>м | $l_3$ ,<br>м |
|-------|------------|-----|-----|-----|------------|-----|-----|-----|--------------|--------------|--------------|
|       | 1          | 2   | 3   | 4   | 1          | 2   | 3   | 4   |              |              |              |
| 1     | 2          | 3   | 4   | 5   | 6          | 7   | 8   | 9   | 10           | 11           | 12           |
| 1     | 400        | 300 | 200 | 100 | 100        | 200 | 400 | 300 | 0,6          | 0,4          | 0,2          |
| 2     | 400        | 300 | 100 | 200 | 100        | 200 | 300 | 400 | 0,4          | 0,6          | 0,2          |
| 3     | 400        | 200 | 100 | 300 | 200        | 300 | 400 | 500 | 0,2          | 0,4          | 0,6          |
| 4     | 300        | 200 | 100 | 400 | 200        | 400 | 500 | 600 | 0,2          | 0,6          | 0,4          |
| 5     | 400        | 300 | 200 | 500 | 200        | 300 | 400 | 500 | 0,4          | 0,2          | 0,6          |
| 6     | 400        | 300 | 200 | 600 | 100        | 200 | 300 | 400 | 0,8          | 0,4          | 0,2          |
| 7     | 200        | 300 | 400 | 500 | 400        | 100 | 200 | 300 | 0,5          | 0,3          | 0,4          |
| 8     | 300        | 200 | 100 | 400 | 400        | 300 | 100 | 200 | 0,3          | 0,5          | 0,4          |
| 9     | 400        | 200 | 100 | 300 | 400        | 300 | 200 | 100 | 0,4          | 0,5          | 0,3          |
| 10    | 100        | 300 | 400 | 200 | 400        | 100 | 300 | 200 | 0,5          | 0,4          | 0,3          |
| 11    | 400        | 300 | 200 | 100 | 400        | 100 | 200 | 300 | 0,4          | 0,5          | 0,3          |
| 12    | 400        | 300 | 100 | 200 | 100        | 200 | 300 | 400 | 0,3          | 0,4          | 0,5          |
| 13    | 400        | 100 | 200 | 300 | 200        | 300 | 400 | 500 | 0,2          | 0,3          | 0,5          |
| 14    | 100        | 200 | 300 | 400 | 300        | 400 | 500 | 600 | 0,2          | 0,5          | 0,3          |
| 15    | 200        | 300 | 400 | 500 | 400        | 300 | 200 | 100 | 0,4          | 0,2          | 0,6          |
| 16    | 300        | 400 | 500 | 600 | 100        | 400 | 300 | 200 | 0,3          | 0,5          | 0,4          |
| 17    | 200        | 300 | 400 | 500 | -          | -   | -   | -   | 0,2          | 0,3          | 0,6          |
| 18    | 100        | 200 | 300 | 400 | -          | -   | -   | -   | 0,6          | 0,2          | 0,4          |
| 19    | -          | -   | -   | -   | 300        | 400 | 500 | 600 | 0,4          | 0,2          | 0,4          |
| 20    | -          | -   | -   | -   | 100        | 200 | 300 | 400 | 0,4          | 0,4          | 0,2          |
| 21    | 400        | 300 | 200 | 100 | -          | -   | -   | -   | 0,3          | 0,5          | 0,4          |
| 22    | 400        | 300 | 100 | 200 | -          | -   | -   | -   | 0,2          | 0,4          | 0,6          |
| 23    | -          | -   | -   | -   | 400        | 300 | 100 | 200 | 0,6          | 0,2          | 0,4          |
| 24    | -          | -   | -   | -   | 100        | 200 | 400 | 300 | 0,3          | 0,4          | 0,5          |
| 25    | 200        | 300 | 400 | 500 | -          | -   | -   | -   | 0,5          | 0,4          | 0,3          |
| 26    | 300        | 400 | 500 | 600 | -          | -   | -   | -   | 0,4          | 0,2          | 0,6          |
| 27    | -          | -   | -   | -   | 100        | 200 | 300 | 400 | 0,6          | 0,2          | 0,4          |
| 28    | -          | -   | -   | -   | 200        | 300 | 400 | 500 | 0,2          | 0,6          | 0,4          |
| 29    | 400        | 100 | 200 | 300 | 300        | 400 | 500 | 600 | 0,6          | 0,4          | 0,2          |
| 30    | 400        | 300 | 100 | 200 | 400        | 300 | 100 | 200 | 0,4          | 0,2          | 0,6          |

2. Визначення показника статичної невизначеності системи:

$$n = 2 - l = 1.$$

3. Рівняння сумісності деформацій:

$$\Delta l = \Delta l_{(F_1)} + \Delta l_{(F_2)} + \Delta l_{(R_B)} = 0.$$

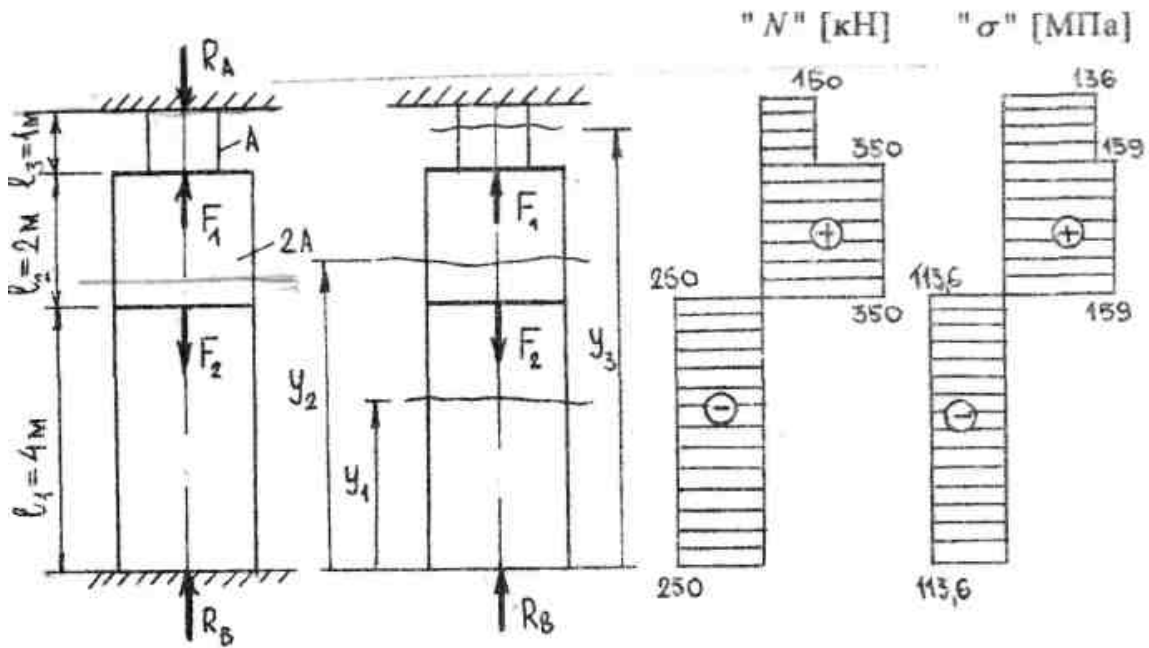


Рис. 3

4. Фізичні рівняння:

$$\Delta l_{(F_1)} = -\frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A}; \quad \Delta l_{(F_2)} = \frac{F_2 \cdot l_1}{E \cdot A} + \frac{F_2 \cdot l_2}{E \cdot 2A} = \frac{F_2(2l_1 + l_2)}{E \cdot 2A};$$

$$\Delta l_{(R_B)} = -\frac{R_B \cdot l_1}{E \cdot A} - \frac{R_B \cdot l_2}{E \cdot 2A} - \frac{R_B \cdot l_3}{E \cdot 2A} = -\frac{R_B(2l_1 + l_2 + l_3)}{E \cdot 2A};$$

5. Розв'язання повної системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} R_A - F_1 + F_2 - R_B &= 0, \\ -\frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A} + \frac{F_2(2l_1 + l_2)}{E \cdot 2A} - \frac{R_B(2l_1 + l_2 + l_3)}{E \cdot 2A} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$R_B = \frac{[-F_1 \cdot l_1 \cdot 2 + F_2(2l_1 + l_2)] \cdot E \cdot 2A}{E \cdot 2A \cdot (2l_1 + l_2 + l_3)} = -\frac{-200 \cdot 2 \cdot 1 + 600(2 \cdot 1 + 2)}{(2 \cdot 1 + 2 + 4)} =$$

$$= \frac{2000}{8} = 250 \text{ еі}.$$

$$R_A = F_1 - F_2 + R_B = 200 - 600 + 250 = -150 \text{ еі}.$$

6. Побудова епюри поздовжніх сил (рис. 3):

$$0 \leq y_1 \leq 4 \text{ м} . N(y_1) = -R_B = -250 \text{ кН} .$$

$$4 \text{ м} \leq y_2 \leq 6 \text{ м} . N(y_2) = -R_B + F_2 = -250 + 600 = 350 \text{ кН} .$$

$$6 \text{ м} \leq y_3 \leq 7 \text{ м} . N(y_3) = -R_B + F_2 - F_1 = -250 + 600 - 200 = 150 \text{ кН} .$$

7. Умови міцності при розтягу-стиску:

$$\sigma(y_1) = \frac{N(y_1)}{2A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N(y_1)}{2[\sigma]} = \frac{250}{2 \cdot 16} = 8 \text{ м}^2 ,$$

$$\sigma(y_2) = \frac{N(y_2)}{2A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N(y_2)}{2[\sigma]} = \frac{350}{2 \cdot 16} = 11 \text{ м}^2 ,$$

$$\sigma(y_3) = \frac{N(y_3)}{A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N(y_3)}{[\sigma]} = \frac{150}{16} = 9,4 \text{ м}^2 .$$

Прийнято  $A = 11 \text{ м}^2$ .

8. Побудова епюр нормальних напружень (рис. 3):

$$\sigma(y_1) = \frac{N(y_1)}{2A} = -\frac{250}{2 \cdot 11} = -11,36 \text{ кН/м}^2 = -113,6 \text{ МПа} ,$$

$$\sigma(y_2) = \frac{N(y_2)}{2A} = \frac{350}{2 \cdot 11} = 15,9 \text{ кН/м}^2 = 159 \text{ МПа} ,$$

$$\sigma(y_3) = \frac{N(y_3)}{A} = \frac{150}{11} = 13,64 \text{ кН/м}^2 = 136,4 \text{ МПа} .$$

#### **Задача № 4. Розрахунок на розтяг-стиск статично невизначеної стержневої системи**

Для заданої стержневої системи визначити зусилля і напруження у сталевих стержнях (в частках сили  $F$ ); знайти допустиме навантаження  $F_{\text{дон}}$ , коли найбільше напруження дорівнює допустимому  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

##### **Зміст завдання**

1. Користуючись табл. 8, 9, відповідно до заданого варіанту накреслити розрахункову схему.

Використати метод перерізів. Записати рівняння статичної рівноваги системи. Знайти показник статичної невизначеності системи.

3. Розглядаючи систему в деформованому стані, записати рівняння сумісності деформацій (переміщень).

4. Розв'язати повну систему рівнянь з урахуванням закону Гука, визначити зусилля у стержнях в частках сили  $F$ .

5. Визначити напруження у стержнях в частках сили  $F$ .

6. За умовою міцності для найбільш навантаженого стержня визначити допустиме навантаження для всієї системи.

#### Приклад виконання задачі № 4

Вихідні дані:

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| $a$ , м                 | 3   |
| $b$ , м                 | 2   |
| $c$ , м                 | 3   |
| $h$ , м                 | 3   |
| $A_1$ , см <sup>2</sup> | 6   |
| $A_2$ , см <sup>2</sup> | 5   |
| $[\sigma]$ , МПа        | 160 |

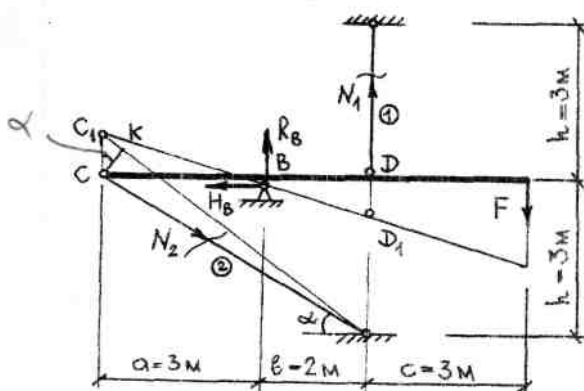


Рис. 4

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = 0,514$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{34}} = 0,857.$$

$$l_1 = 3 \text{ м} ; l_2 = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5,8 \text{ м}.$$

1. Рівняння статичної рівноваги:

$$\sum x = 0, \quad -H_B + N_2 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum y = 0, \quad -F + N_1 + R_B - N_2 \sin \alpha = 0;$$

$$\sum M_B = 0, \quad N_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3 + N_1 \cdot 2 - F \cdot 3 = 0.$$

2. Показник статичної невизначеності системи:

$$n = 4 - 3 = 1.$$

3. Рівняння сумісності деформацій:

$$\Delta C_1CB \approx \Delta D_1DB.$$

Таблиця 8 – Схеми систем до задачі № 4

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| <p>①</p> | <p>②</p> | <p>③</p> |
| <p>④</p> | <p>⑤</p> | <p>⑥</p> |
| <p>⑦</p> | <p>⑧</p> | <p>⑨</p> |
| <p>⑩</p> | <p>⑪</p> | <p>⑫</p> |
| <p>⑬</p> | <p>⑭</p> | <p>⑮</p> |



|             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| <p>(16)</p> | <p>(17)</p> | <p>(18)</p> |
| <p>(19)</p> | <p>(20)</p> | <p>(21)</p> |
| <p>(22)</p> | <p>(23)</p> | <p>(24)</p> |
| <p>(25)</p> | <p>(26)</p> | <p>(27)</p> |
| <p>(28)</p> | <p>(29)</p> | <p>(30)</p> |

Таблиця 9 – Вихідні дані до задачі № 4

| № п/п | $a$ , м | $b$ , м | $c$ , м | $h$ , м | $A_1$ , см <sup>2</sup> | $A_2$ , см <sup>2</sup> |
|-------|---------|---------|---------|---------|-------------------------|-------------------------|
| 1     | 2       | 3       | 4       | 5       | 6                       | 7                       |
| 1     | 1,4     | 1,0     | 1,2     | 1,6     | 5                       | 6                       |
| 2     | 1,2     | 1,8     | 2,0     | 1,4     | 6                       | 8                       |
| 3     | 1,6     | 1,2     | 1,0     | 1,8     | 10                      | 8                       |
| 4     | 1,0     | 1,6     | 1,4     | 1,6     | 4                       | 6                       |
| 5     | 1,2     | 2,0     | 1,6     | 1,8     | 6                       | 7                       |
| 6     | 1,8     | 1,0     | 1,2     | 1,6     | 5                       | 6                       |
| 7     | 2,0     | 1,4     | 1,6     | 1,8     | 4                       | 6                       |
| 8     | 1,8     | 1,6     | 2,0     | 1,6     | 6                       | 6                       |
| 9     | 1,6     | 1,0     | 1,2     | 1,8     | 5                       | 7                       |
| 10    | 1,0     | 1,2     | 1,6     | 1,4     | 8                       | 4                       |
| 11    | 1,2     | 2,0     | 1,8     | 1,6     | 6                       | 5                       |
| 12    | 1,6     | 1,8     | 1,2     | 2,0     | 4                       | 5                       |
| 13    | 1,0     | 1,6     | 1,4     | 1,8     | 6                       | 5                       |
| 14    | 2,0     | 1,4     | 1,6     | 1,8     | 4                       | 7                       |
| 15    | 1,2     | 1,0     | 1,4     | 1,6     | 5                       | 6                       |
| 16    | 1,8     | 2,0     | 1,6     | 1,8     | 8                       | 9                       |
| 17    | 2,0     | 1,0     | 1,5     | 2,0     | 4                       | 3                       |
| 18    | 3,0     | 2,0     | 1,5     | 2,0     | 4                       | 4                       |
| 19    | 2,0     | 2,0     | 1,0     | 2,0     | 5                       | 4                       |
| 20    | 2,0     | 2,0     | 1,0     | 3,0     | 6                       | 4                       |
| 21    | 2,0     | 1,0     | 1,0     | 3,0     | 5                       | 4                       |
| 22    | 1,8     | 1,5     | 1,0     | 2,0     | 4                       | 3                       |
| 23    | 2,0     | 1,0     | 2,0     | 2,0     | 5                       | 3                       |
| 24    | 1,6     | 1,8     | 1,5     | 2,0     | 4                       | 6                       |
| 25    | 2,0     | 1,8     | 1,0     | 2,0     | 8                       | 4                       |
| 26    | 2,0     | 1,5     | 1,0     | 2,0     | 5                       | 6                       |
| 27    | 3,0     | 1,5     | 1,8     | 2,0     | 4                       | 5                       |
| 28    | 1,6     | 1,8     | 1,4     | 2,0     | 5                       | 4                       |
| 29    | 1,8     | 2,0     | 1,0     | 1,5     | 4                       | 3                       |
| 30    | 2,0     | 2,0     | 1,0     | 3,0     | 5                       | 4                       |

$$\frac{CC_1}{CB} = \frac{DD_1}{BD}; CC_1 = \frac{C_1 K}{\sin \alpha} = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha}; DD_1 = \Delta l_1; \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha \cdot 3} = \frac{\Delta l_1}{2}.$$

4. Фізичні рівняння:  $\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1}; \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2}.$

5. Розв'язання повної системи рівнянь:



$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1 \cdot 2}; N_2 \cdot l_2 \cdot 2 \cdot E \cdot A_1 = N_1 \cdot l_1 \cdot E \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3;$$

$$N_2 = N_1 \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1};$$

$$N_1 \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3 \cdot \sin \alpha \cdot 3}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} + N_1 \cdot 2 = F \cdot 3; N_1 \left( \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot 9}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} + 2 \right) = F \cdot 3.$$

$$N_1 = F \cdot \frac{3}{\left( \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot 9}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} + 2 \right)} = F \cdot \frac{3}{\left( \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot (0,514)^2 \cdot 9}{5,8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} + 2 \right)} = 1,19 \cdot F.$$

$$N_2 = 1,19 \cdot F \cdot \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \sin \alpha \cdot 3}{l_2 \cdot 2 \cdot A_1} = 1,19 \cdot F \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,514 \cdot 3}{5,8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 0,393 \cdot F.$$

6. Визначення напружень:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{1,19 \cdot F}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,198 \cdot 10^4 \cdot F. \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,393 \cdot F}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,0786 \cdot 10^4 \cdot F.$$

7. Умова міцності для найбільш навантаженого стержня:

$$\sigma_1 = 0,198 \cdot 10^4 \cdot F \leq [\sigma] \rightarrow F_{\text{дiр}} = \frac{[\sigma]}{0,198 \cdot 10^4} = \frac{160 \cdot 10^3}{0,198 \cdot 10^4} = 80,8 \text{ kN}.$$

#### Список джерел

1. Писаренко Г.С. Опір матеріалів : підруч. / Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. - К.: Вища школа, 1993.
2. Піскунов В.Г. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності : підруч. / Піскунов В.Г., Федоренко Ю.М., Шевченко В.Д. та ін. - К.: Вища школа, 1994.
3. Дарков А.В. Сопротивление материалов : учебн. / Дарков А.В., Шпиро Г.С. - М.: Высшая школа, 1989.

*Навчальне видання*

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ

до самостійної роботи та виконання  
розрахунково-графічних і  
практичних завдань

З ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

Розділ

**„РОЗРАХУНОК НА РОЗТЯГ-СТИСК”**

*(для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання  
бакалаврів за напрямом 6.060101 «Будівництво»)*

Укладач **АНДРІЄВСЬКА** Людмила Станіславівна

Відповідальний за випуск *В.П. Шпачук*

За авторською редакцією

Комп’ютерне верстання *Л. С. Андрієвська*

План 2013, поз. 146 М

---

Підп. до друку 14.05.2013  
Друк на ризографі  
Зам. №

Формат 60x84 1/16  
Ум. друк. арк. 2,4  
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua  
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи:  
ДК № 4064 від 12.05.2011 р.

---